**Программирование и исследование  
генераторов псевдослучайных величин**

Генератором псевдослучайных чисел называется алгоритм, порождающий последовательность чисел, элементы которой можно считать практически независимыми друг от друга и которые подчиняются заданному распределению (обычно равномерному).

Одними из наиболее часто используемых методов генерации псевдослучайных чисел являются различные модификации так называемого линейного конгруэнтного метода, схема которого предложена Д.Г. Лемером (Derrick Henry Lehmer) в 1949 г.:

Xn+1 = (aXn + c) mod m, (1)

где m – модуль, a – множитель, c – приращение, mod – операция взятия остатка от деления. При этом m > 0, 0 < a ≤ m, 0 < c ≤ m, также задается начальное значение X0: 0 < X0 ≤ m.

Выбор параметров m, a, c, X0 не может быть произвольным. Линейный конгруэнтный метод всегда даёт повторяющиеся последовательности – конгруэнтная последовательность обязательно образует «петли». Этот цикл (период), повторяющийся бесконечное число раз – свойство всех последовательностей вида Xn+1 = f(n)

Таким образом, необходимо выбирать параметры m, a, c, X0 так, чтобы период был максимальным. Модуль m должен быть достаточно большим, т.к. период не больше m. Удобно связать m с длиной слова компьютера и использовать 2e – 1 либо 2e + 1 для e-разрядной машины, а еще лучше – m наибольшее простое, меньшее 2e. При этом длина периода равна m в следующем случае: c и m – взаимно простые числа, b = a – 1 кратно p для любого p, являющегося множителем m, b кратно 4, если m кратно 4.

Например, генератор MS Fortran использует частный случай линейного конгруэнтного метода – мультипликативный конгруэнтный метод, получаемый при с=0. Вычисления производятся по формуле:

Xn = 48271Xn-1mod (231-1).

*Задания по исследованию генераторов псевдослучайных величин*

а) Написать программу на R, реализующую линейный конгруэнтный метод и выполняющую генерацию псевдослучайных чисел в заданном диапазоне значений при следующих значениях параметров:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **m** | **a** | **c** | **диапазон** |
| 1 | 7 | 2 | 4 | 0-7 |
| 2 | 125 | 6 | 17 | 0-125 |
| 3 | 215-1 | 1664525 | 1013904223 | 0-1000 |
| 4 | 231-1 | 48271 | 0 | 0-10000 |
| 5 | 232 – 1 | 253801 | 14519 | 0-10000 |

Исследовать псевдослучайные последовательности, определив их период и построив гистограммы распределения значений псевдослучайных чисел. Исследования выполнить для каждого набора параметров при четырех различных значениях X0. Каждая гистограмма должна иметь не менее 16 столбцов, равномерно распределенных в диапазоне изменения псевдослучайной величины.

Исследуйте простейшими методами качество генераторов по критерию отклонения математического ожидания и дисперсии среднего квадратического отклонения. В идеальном случае математическое ожидание M=Rmax/2, где Rmax – верхняя граница диапазона генерируемых чисел (нижняя граница считается равной 0). Дисперсия S2=1/12.

б) Построить гистограммы распределения значений для встроенного в R генератора псевдослучайных чисел, распределенных равномерно runif. Исследовать качество встроенного генератора по критериям отклонения математического ожидания и дисперсии среднего квадратического отклонения.

в) Тест распределения на плоскости позволяет выявить зависимость между элементами последовательности. Последовательность чисел группируется парами, которые рассматриваются как координаты на двумерном графике. Отображение этих точек на плоскости является результатом теста. Для случайной последовательности расположение точек на плоскости будет хаотичным, а при росте выборки плоскость полностью будет заполнена точками. Признаком неслучайной последовательности является наличие на полученном изображении «узоров» (явно выраженных вертикальных либо горизонтальных линий, периодических рисунков и т.д.).